

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – 7 luglio 2017**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 6x + 8}} \cdot \log(x + 2)$$

Dominio	$E = (-2, 1] \cup (2, 4) \cup [5, +\infty)$
Positività	$P = (-1, 1) \cup (2, 4) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-1; 0) \quad B(1; 0) \quad C(5; 0) \quad D\left(0; \sqrt{5/8} \cdot \log 2\right)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \log(1 - x^2) - \frac{1}{x^2 + 1}$

Derivata prima	$f' = \frac{2x^3 \cdot (x^2 + 3)}{(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 1)^2} \quad E = (-1, 1)$
Estremi	$M(0; -1) \quad \text{cresce in } (-1, 0)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = x \cdot e^{1-6x^2}$

Derivata prima	$f' = (1 - 12x^2) \cdot e^{1-6x^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 36x \cdot (4x^2 - 1) \cdot e^{1-6x^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2\sqrt{e}}\right) \quad F_2(0; 0) \quad F_3\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2\sqrt{e}}\right)$ convessa in $(-1/2, 0) \cup (1/2, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{2x^5 + 3x^4 - x^2 + 5}{(1 - x^2) \cdot (4 - x^2)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1, x = 1, x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x + 3$

**Domande teoriche**

- 1) Operazioni sui limiti e forme indeterminate (punti 3)
- 2) Definizione di derivata e significato geometrico (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^2 \left( \sqrt{x^3} + \frac{2x+5}{3x+1} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot (1 + e^{3x}) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + \frac{2}{9}(1+3x) + \frac{13}{9}\log(1+3x)$ $\frac{4}{3} + \frac{8\sqrt{2}}{5} + \frac{13\log 7}{9} \approx 6,41$
Integrale indefinito	$\frac{1}{27}(9x^3 + e^{3x} \cdot (9x^2 - 6x + 2)) + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + k \cdot y - 3z = 2 \\ 5x + 3y + 2z = k \\ 2x - 3y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; 5$ : incompatibile $k \neq -3; 5$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{k^3 - 21k - 39}{5k^2 - 10k - 75}; y = \frac{-2k^2 + 4k + 49}{5k^2 - 10k - 75}; z = \frac{-2k^2 + 9k + 24}{5k^2 - 10k - 75}$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 2x \cdot (x - 4y + 3) + y \cdot (2x - 3y + 1) + 3$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + 3y = 8$

Derivate parziali	$f_x = 4x - 6y + 6 \quad f_y = -6x - 6y + 1$
Estremi liberi	$S(-1/2; 2/3) \quad z = 11/6 \quad H = -60$
Estremi vincolati	$m(0; 8/3) \quad \lambda = -5 \quad z = -\frac{47}{3}$ $H = -84$

**Domande teoriche.**

- 3) Il teorema della media con un esempio (punti 4)
- 4) Il rango di una matrice: definizione e procedura di calcolo (punti 3)
- 5) Condizione sufficiente nei problemi di ottimizzazione libera e vincolata (punti 3)

Domande teoriche: 3, 4, 5 per la II parte; 1, 2, 3 per la prova completa.

Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.